MONTE-CARLO · TP NOTÉ DU CHAPITRE 1 · PAR GROUPES

Combien mettre en Bourse ?

Conseiller un client avec dix mille avenirs, et le prouver

En bref

Vous conseillez un client qui place 100 000 € pendant dix ans. Il hésite entre huit parts en actions : 0, 25, 50, 75, 100, 150, 200 ou 300 %. Avec 300 %, il achèterait pour 300 000 € d'actions et emprunterait 200 000 €. La possibilité d'emprunter rend la moyenne attrayante. Votre rôle est de lui montrer ce que ce choix peut donner sur la fortune avec laquelle il termine.

> *« Je veux récupérer au moins ma mise. J'accepte jusqu'à 10 % de risque de finir en dessous. Pour qu'une offre me convienne, je demande que le haut de votre marge pour ce risque soit strictement sous 10 %. Parmi les offres qui passent, conseillez-moi celle dont la fortune médiane est la plus élevée. »*

La *médiane* partage en deux les fortunes finales classées. La *marge* indique de combien une estimation faite sur des tirages peut s'écarter de la valeur cherchée. La borne haute vaut l'estimation plus la marge : c'est le haut de la marge du client. Le carnet la compare au plafond avant arrondi : 10,00 % affiché peut cacher 9,998 %. Si deux offres admises ont exactement la même médiane, le client préfère la plus petite part en actions.

Ce que vous connaissez au départ. Votre groupe a son μ : le taux auquel on suppose que le prix moyen de l'action croît (de 7,1 % à 8,7 % selon les groupes). La volatilité vaut 20 %, elle règle l'ampleur des mouvements. Le compte bancaire rapporte un taux de 5 % par an composé en continu ; l'emprunt coûte le même taux. Chaque mois, vous replacez la part choisie de votre richesse en actions. La simulation part de 100 € ; pour écrire au client, multipliez les montants en euros par 1000. Les chances restent les mêmes. On parle d'« avenirs » : chacun est une suite possible de dix ans de marché ; le client n'en vivra qu'un.

Votre travail. Écrivez d'abord votre pari. Simulez les mêmes 10 000 avenirs pour toutes les offres. Vérifiez le rééquilibrage à la main, puis confrontez la moyenne à un résultat exact. Signez votre conseil avec votre tirage. Vous découvrirez ensuite la valeur de référence qui sert à prévoir le coût d'une nouvelle étude.

À rendre. Un seul courriel par groupe, à votre enseignant (adresse donnée en séance), avant le vendredi 20 novembre 2026, 23 h 59. Objet : « Exercice Bourse — groupe N ». Deux pièces jointes : `groupeNN_carnet.ipynb` (le carnet, exécuté de bout en bout) et `groupeNN_rapport.pdf` (le rapport, 4 pages, les noms des membres en première page) ; NN est le numéro du groupe sur deux chiffres, par exemple groupe07. Comptez environ 3 h de carnet (176 min, dont 40 min en classe jeudi : parties 0 et 1) et 1 h 30 de rapport. À la séance suivante, l'oral du groupe dure 5 minutes : une question courte à chaque membre. Votre pari peut être démenti : expliquez alors quel résultat vous a fait changer d'avis.

PARTIE	QUESTIONS	DURÉE
Partie 0 · Mise en route et pari	Q0	4 min
Partie 1 · La Bourse, mois par mois (en classe, jeudi)	Q1.1, Q1.2, Q1.3	36 min
Partie 2 · Rééquilibrer chaque mois	Q2.1, Q2.2, Q2.3	37 min
Partie 3 · Huit offres, les mêmes avenirs	Q3.1, Q3.2, Q3.3	32 min
Partie 4 · Face au juge	Q4.1	10 min
Partie 5 · Le mandat du client	Q5.1, Q5.2, Q5.3	31 min
Partie 6 · La marge tient-elle ses promesses ?	Q6.1, Q6.2	19 min
Réserve (relecture, reprise d'une vérification)		7 min

Total du carnet : environ 3 h de carnet (176 min, dont 40 min en classe jeudi : parties 0 et 1) et 1 h 30 de rapport	176 min

Quand vous ouvrez le carnet

Renseignez votre numéro de groupe. Exécutez les cellules dans l'ordre, de haut en bas. Dans le carnet, `...` marque une ligne à écrire : tant qu'elle vaut `...`, sa vérification dit « à compléter » et le carnet continue. Les cellules fournies appellent vos fonctions avec `lancer` : tant qu'une fonction n'est pas finie, `lancer` rend `...` au lieu d'une erreur. `fait(x)` dit si `x` est calculé (plus aucun `...`). Si une cellule s'arrête parce qu'une ligne « À vous » d'une question précédente vaut encore `...`, le carnet le dit en une phrase : complétez cette ligne, puis relancez les cellules dans l'ordre. `R` contient des **facteurs** mensuels : une ligne par avenir et une colonne par mois. Les tableaux de prix et de richesse ont une colonne de plus, celle du versement initial. Les décimales s'écrivent avec un point dans le code et s'affichent avec une virgule dans le texte. Les cases ① à ④ sont celles de la fiche de la séance 1 : ① compter, ② faire la moyenne, ③ l'erreur et le budget, ④ la marge. Gardez `verifications.py` dans le même dossier que le carnet (Jupyter). Dans Google Colab, ouvrez seulement ce carnet : il contient tout ce qu'il faut.

Si votre groupe prend du retard. Q2.3 est facultative : si vous la sautez, regardez la figure de l'annexe de la consigne (page 5), puis passez à Q3.1. En Q6.2, lisez le budget et expliquez en une phrase ce qu'il permet de viser. Vous pouvez aussi laisser les réglages des figures et l'expérience interactive : ces éléments n'ajoutent aucun point essentiel. Gardez le test manuel de Q2.2, la contribution des plus grandes fortunes, la comparaison au juge, le conseil signé et le compte de Q6.1 (les intervalles qui contiennent le juge).

OUTIL FOURNI	CE QUE VOUS LUI DONNEZ	CE QUE VOUS RÉCUPÉREZ
`preparer_chemin(R, mise)`	Les facteurs et le versement de départ	Un tableau prêt à remplir, avec la mise dans la première colonne, et le nombre de mois.
`estimer(x)`, repris du premier TP	Une valeur par avenir	`moyenne, marge`, dans l'unité de `x` : pour des fortunes en euros, la marge est aussi en euros.
`proportion(masque)`	Une réponse vrai/faux par avenir, par exemple `W_fin < W0`	`p, bas, haut` : la chance estimée et les bornes de sa marge (formule du cours).
`verifier("Q2.1")`	Le numéro d'une question	« ✓ » et ce qui est juste, « … à compléter », ou « ✗ » et l'endroit où reprendre le calcul.
`lancer(f, ...)`, `fait(x)`	Une de vos fonctions et ses arguments ; un résultat	Le résultat de la fonction, ou `...` tant qu'elle n'est pas finie ; vrai si `x` est calculé.
Cellules de dessin et de tableau	Vos tableaux	Les mêmes chemins sur les figures, des axes avec leurs unités.

Si vous n'observez aucune perte, pensez au stagiaire du premier TP, qui n'avait vu aucune ruine sur 100 avenirs. Avec 10 000 avenirs et aucun cas, une borne supérieure approximative au niveau 95 % est 0,03 %, soit environ trois divisé par le nombre d'avenirs : le tableau l'écrit « < » (borne indicative après zéro cas). S'il y a entre 1 et 9 pertes, le tableau donne les bornes de la formule du cours, marquées « * » : trop peu de cas pour la marge du cours, ce sont des bornes indicatives. Ces offres ont une borne haute très loin du plafond et passent le mandat. La banque seule a un statut particulier : le modèle dit exactement qu'elle rembourse la mise (« connu : 0 »).

Six nouveautés Python, et pas une de plus. La boucle `for ... in range(...)` répète un calcul. Un indice `j` retrouve l'offre correspondante dans les tableaux. L'écriture `W[:, k + 1] = ...` remplit une date pour tous les avenirs. `np.allclose` compare deux chemins numériques. `np.median` lit la fortune centrale. Enfin, `if ... and ...` applique les deux conditions du client. Les exemples, avec leur résultat, sont donnés en Q1.2, Q2.2, Q3.1, Q3.2 et Q5.1. Les cellules déjà remplies préparent les tableaux, classent les fortunes, arrondissent les budgets et tracent les figures. En Q5.2, le texte entre trois guillemets n'est pas du code : c'est un texte libre, que Python garde tel quel.

L'expérience interactive. Après avoir signé votre conseil (Q5.2), ouvrez experience.html : choisissez d'abord votre groupe ; ses avenirs sont tirés dans le navigateur, différents des vôtres : pour le rapport, reprenez les nombres du carnet. Gardez le bouton « Lancer 200 équipes » pour après Q6.1.

Le budget de temps, question par question

QUESTION	MINUTES

Q0 · Signez votre pari	4 min
Q1.1 · Faire bouger un euro pendant un mois	12 min
Q1.2 · Suivre le prix d'une action	12 min
Q1.3 · Mettre le prix moyen face à son juge	12 min
Q2.1 · Replacer l'argent chaque mois	13 min
Q2.2 · Trois tests avant de croire le tableau	20 min
Q2.3 · Même Bourse, deux fortunes (facultative)	4 min
Q3.1 · Gagner de l'argent et faire moins bien que la banque	12 min
Q3.2 · Huit placements dans les mêmes marchés	12 min
Q3.3 · Qui porte la moyenne ?	8 min
Q4.1 · Le calcul exact arbitre la moyenne	10 min
Q5.1 · Quelle offre passe le mandat ?	15 min
Q5.2 · Signer le conseil	7 min
Q5.3 · Combien d'avenirs pour viser une marge plus petite que l'écart au plafond ?	9 min
Q6.1 · La marge retrouve-t-elle le juge ?	15 min
Q6.2 · Le prix d'un demi-point	4 min

Un budget de conception, à vérifier par un premier essai chronométré. Le temps du rapport est à part : 1 h 30 environ.

Le rapport : 4 pages

Inscrivez votre groupe, les noms et votre μ en première page. Utilisez dès la page des résultats les euros du client. Aucune page de garde séparée n'est nécessaire.

PAGE	CE QUE LE LECTEUR DOIT Y TROUVER	CRITÈRES (POINTS)	POINTS
1. Mandat et pari initial	Le capital, l'horizon, les offres, le sens de « sous la mise », la règle stricte, puis votre prédiction écrite avant le premier tirage, et sa raison.	Mandat utilisable (3) Prédiction motivée (une prédiction démentie peut obtenir tous les points) (3)	6
2. Modèle et contrôle	Le sens de μ, de la volatilité et du taux bancaire. Une ligne de calcul du rééquilibrage. Le petit exemple, avec les montants réellement achetés ou vendus.	Modèle et conventions (4) Test exécuté, calcul à la main et erreur détectable (4)	8
3. Résultats	Un tableau compact des huit parts : moyenne et marge, médiane, les deux risques et leurs bornes. La figure de Q3.3, annotée à 300 %, et un commentaire sur la moyenne à fort levier (la figure de décision de Q5.1 est facultative). Le compte de Q6.1, en une phrase : « … intervalles sur 200, soit … % ».	Tableau et unités (4) Figure, juge mensuel de la moyenne et commentaire (4) Intervalles qui contiennent le juge, dénominateur et interprétation (4)	12
4. Conseil et limites	Les deux offres en euros du client. Le filtre du mandat, puis le classement des médianes. Le budget de l'étude suivante (Q5.3). Une hypothèse dont dépend le conseil.	Application de la règle (5) Comparaison chiffrée (4) Budget et portée de μ (3) Conseil lisible par le client (2)	14
		Total du rapport	**40**

Ce qui rapporte les points de trois critères :

- **Juge mensuel** (page 3) : la moyenne simulée à 300 % est comparée à la moyenne exacte du rééquilibrage mensuel (Q4.1), avec l'écart en marges et une phrase qui dit si le juge est dans l'intervalle.
- **Dénominateur** (page 3) : le compte de Q6.1 est rapporté aux 200 répétitions, pas aux 10 000 avenirs (« … intervalles sur 200, soit … % »), avec une phrase sur ce qu'il signifie.

- **Portée de μ** (page 4) : une phrase qui dit que le conseil et les marges valent sous le μ du groupe, et qu'un autre μ pourrait changer le conseil (le budget de Q5.3 dépend aussi de la référence).

La note

La note sur 100 : code 30, rapport 40, oral 30.

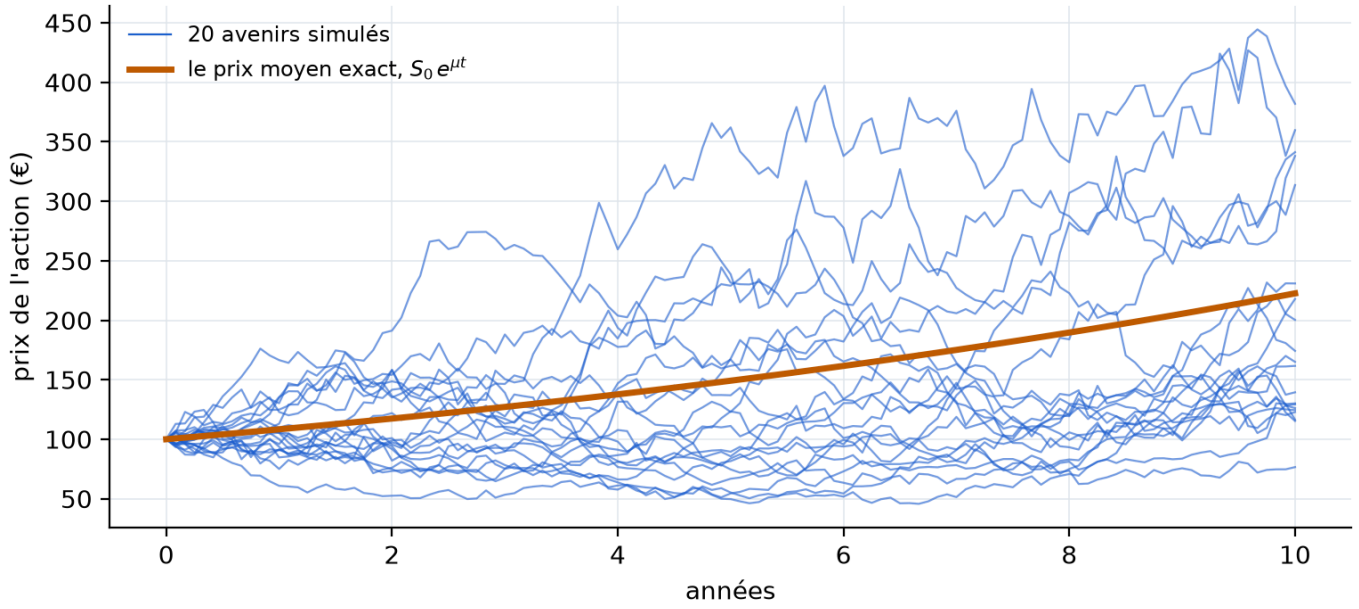
- **Code (30)** : chaque question juste et vérifiée (« ✓ »), un code lisible. Un juge hors de l'intervalle, un compte inhabituel en Q6.1 ou un conseil différent de l'exemple commun ne coûtent aucun point.
  - Q1.1 à Q1.3 : la Bourse mois par mois : 5 points
  - Q2.1 et Q2.2 : la richesse et ses tests (Q2.3, facultative, ne compte pas) : 6 points
  - Q3.1 à Q3.3 : le résumé, les huit offres, la contribution : 6 points
  - Q4.1 : la moyenne exacte : 3 points
  - Q5.1 et Q5.3 : le mandat et le budget : 6 points
  - Q6.1 et Q6.2 : le compte des intervalles et le budget prudent : 4 points
- **Rapport (40)** : la grille ci-dessus.
- **Oral (30)** : 5 minutes par groupe ; le groupe ouvre par son conseil, puis chaque membre répond à une question courte, notée sur 10 (l'idée juste 6, appuyée sur un nombre du groupe 4). La note orale du groupe est la moyenne des membres (sur 10), multipliée par 3.

Et après ?

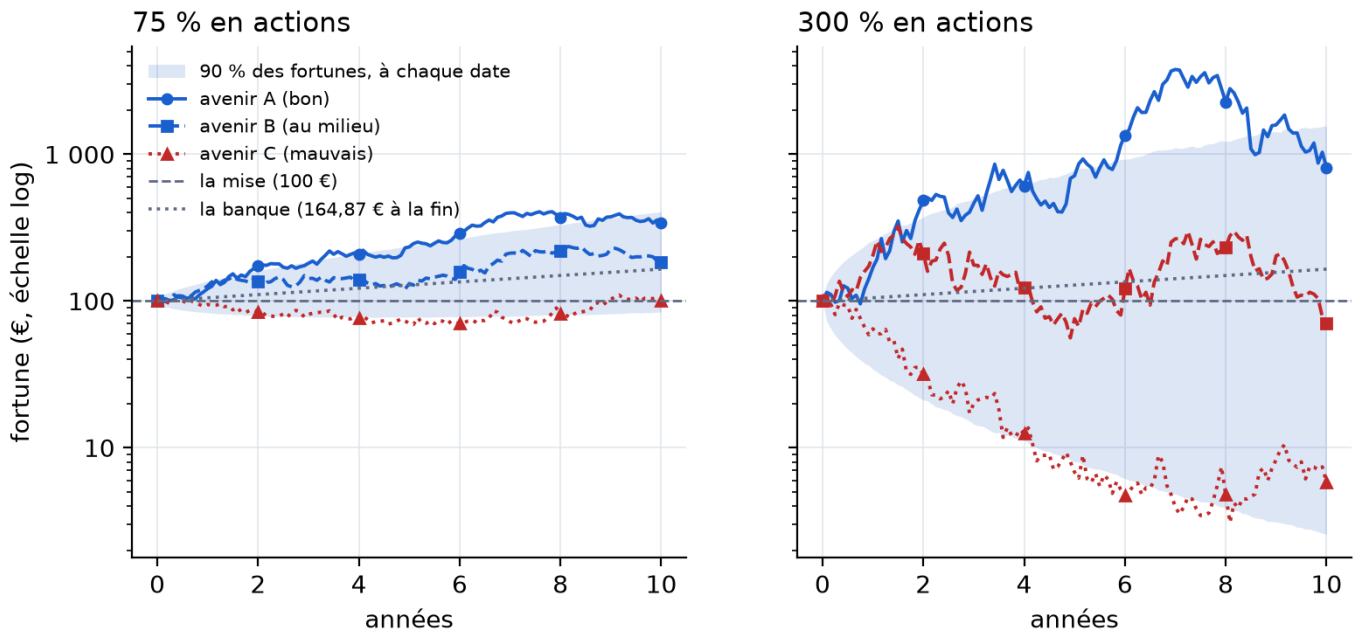
Vous avez choisi une part aujourd'hui, puis remis **la même part** en actions chaque mois. Imaginez maintenant que le client vous dise : « Si j'ai déjà atteint mon objectif avant l'échéance, je voudrais mettre davantage à la banque. Si la Bourse chute, que ferons-nous ? » Deux clients partis avec la même mise pourraient alors prendre des décisions différentes le même mois. Il faudrait choisir **une règle qui dit quoi faire à chaque date selon la richesse disponible**, puis comparer les résultats de ces règles. C'est la question de l'optimisation dynamique, que nous retrouverons dans la suite du cours.

Annexe · Trois figures de l'exemple commun (μ = 8 %)

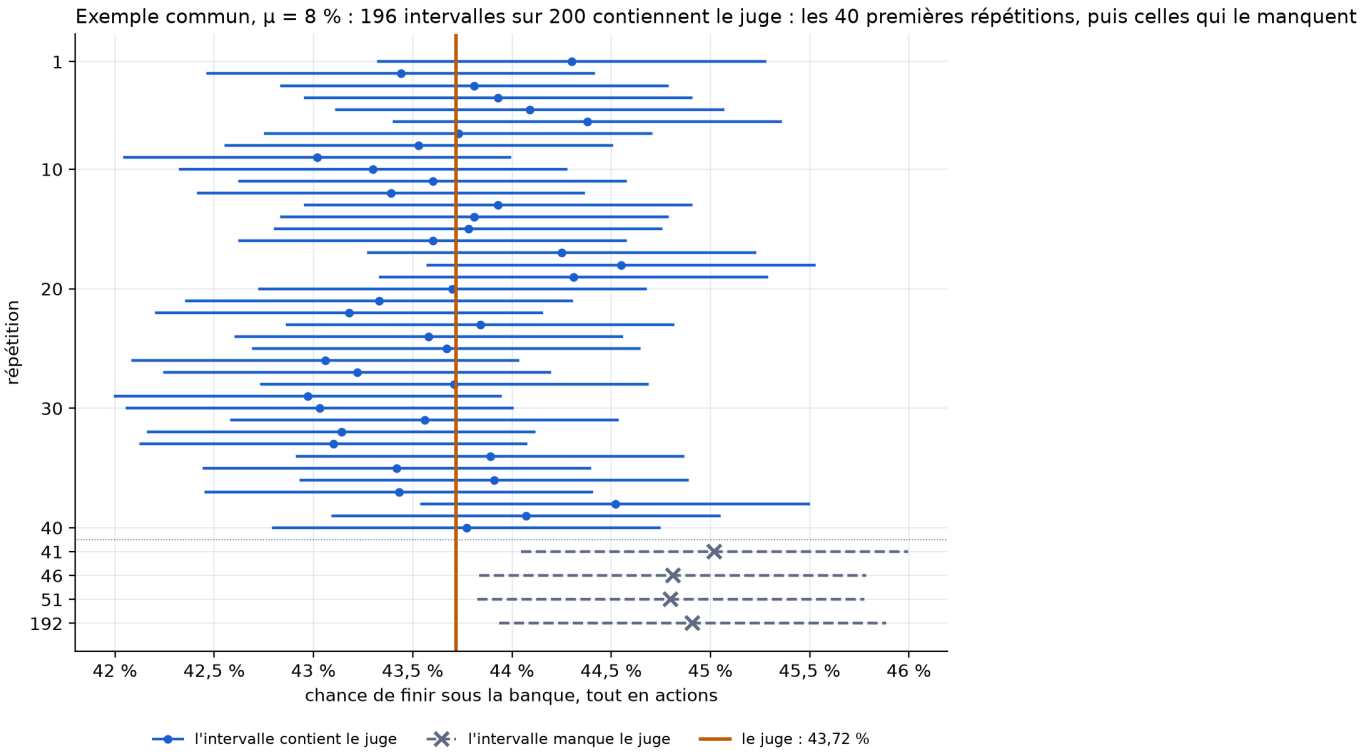
Pour l'allure : les vôtres porteront vos nombres. Les figures qui donnent une réponse (Q3.3, Q5.1) ne sont pas ici.



Q1.2 · Vingt avenirs du prix de l'action (bleu) et le prix moyen exact $S_0\ e^{\mu t}$ (orange). Lisez la dispersion qui grandit avec le temps : la moyenne exacte passe au milieu d'avenirs très différents.



Q2.3 · Les mêmes avenirs, deux parts : 75 % à gauche, 300 % à droite. La bande contient 90 % des fortunes à chaque date ; les avenirs A, B et C (traits et symboles différents) sont les mêmes dans les deux panneaux, en rouge s'ils finissent sous la mise. Lisez l'avenir C : une même baisse coûte bien plus au portefeuille endetté.



Q6.1 · Les 40 premières répétitions, puis celles qui manquent le juge : chaque intervalle à 95 % de la chance de finir sous la banque, tout en actions (bleu : contient le juge ; gris et croix : le manque), et le juge exact (orange). Lisez le compte sur les 200 répétitions, dans le titre : environ 95 %, pas exactement.